

DZIAŁ: HYDRODYNAMIKA  
ĆWICZENIE B: Wyznaczanie oporów przy przepływie płynów  
[OMÓWIENIE NAJWAŻNIEJSZYCH ZAGADNIENI]

opracowanie: A.W.

Poniżej zebrano omówione hasłowo najważniejsze zagadnienia związane z oporami przy przepływie płynów – wyprowadzenia wzorów i rozwinięcie zagadnień można uzupełnić na podstawie zalecanej literatury.

\* - wiadomości nieobowiązkowe

**PŁYN:**

płyn – każda substancja zdolna do płynięcia: umieszczona w naczyniu dopasowująca się do jego kształtu oraz nie będąca w stanie przeciwstawić się naprężeniom ścinającym zmuszającym ją do przepływu.

**RODZAJE PŁYNÓW:**

płyn doskonały – nieściśliwy i pozbawiony lepkości, nie zmienia objętości pod wpływem zmian temperatury, płyn rzeczywisty – ściśliwy i lepki,

istnieją także możliwości pośrednie: płyny lepkie i nieściśliwe lub nielepkie i ściśliwe.

Gaz lub ciecz nazywamy płynami nieściśliwymi, gdy można dla nich zaniedbać zależność gęstości od ciśnienia.

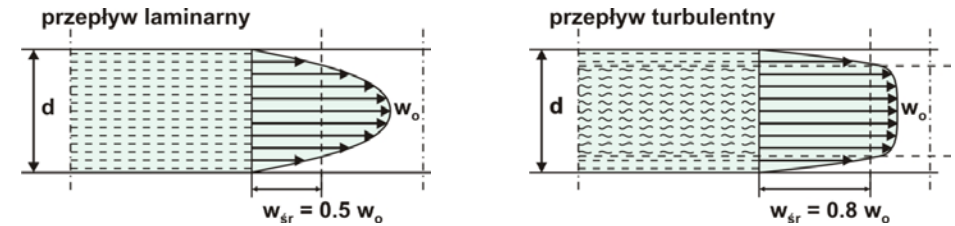
**PRZEPLÝW:**

przepływ – ruch płynu, czyli przemieszczenie elementów płynu z jednego obszaru do drugiego pod wpływem różnicy ciśnienia panującego w różnych przekrojach strumienia tego płynu.

**RODZAJE PRZEPLÝWÓW:**

Przepływ może być **ustalony** lub **nieustalony** w czasie. W pierwszym przypadku prędkość przepływu jest funkcją współrzędnych danej objętości elementarnej, czyli prędkość miejscowa i ciśnienie w każdym punkcie płynu nie zmieniają się w czasie (np. przepływ tłokowy przez rury), w drugim – zarówno współrzędnych danej objętości elementarnej, jak i czasu (np. wypływ cieczy ze zbiornika).

Przepływ płynu może mieć charakter **laminarny (uwarstwiony)** lub **turbulentny (burzliwy)**. Przy małej prędkości płynu elementy cieczy poruszają się po torach prostych, równoległych do osi rurociągu. Nie obserwuje się zmian prędkości i kierunku przepływu. Wzrost prędkości sprawia, że elementy płynu wykonują dodatkowe ruchy poprzeczne. Wektory prędkości mają zbliżoną wartość w całym niemal przekroju, jedynie w cienkiej warstwie granicznej maleją stopniowo do zera. Rysunek 1. przedstawia rozkład prędkości dla przepływu laminarnego i turbulentnego.



rys. 1. Rozkład prędkości w przekroju rury dla przepływu laminarnego i turbulentnego

**LICZBY KRYTERIALNE:**

Zaczerpnięte z geometrii pojęcie podobieństwa można przenieść na inne wielkości fizyczne służące opisowi zjawisk mechanicznych, cieplnych, chemicznych i fizycznych. Dzięki temu możliwe jest uproszczenie obliczeń i prowadzenie symulacji wymienionych procesów na modelach o różnych rozmiarach. Bezwymiarowe stałe podobieństwa (takie jak liczba  $\pi$  w geometrii) lub inaczej liczby znamienne albo kryterialne, występujące w równaniach kryterialnych, definiowane są jako stosunek łatwo mierzalnych wielkości fizycznych determinujących przebieg danego zjawiska. Zgodnie z pierwszym twierdzeniem Newtona liczby kryterialne zjawisk podobnych są sobie równe.

Przykłady liczb kryterialnych:

Liczby kryterialne Eulera (**Eu**) i Reynoldsa (**Re**) opisywane są zależnościami:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w^2} \quad (1)$$

oraz

$$Re = \frac{d w \rho}{\mu} \quad (2)$$

Pierwsza z nich (**Eu**) wyraża **stosunek sił ciśnienia** ( $\Delta p$  wyraża różnicę ciśnień w dwóch dowolnych punktach strumienia) **do sił bezwładności** (ciśnienie dynamiczne odpowiadające energii kinetycznej jednostki objętości płynu), czyli określa podobieństwo przepływu płynu w różnych układach pod działaniem różnicy ciśnień  $\Delta p$ . Liczba Reynoldsa (**Re**) wyraża **stosunek sił tarcia do sił bezwładności** i określa podobieństwo hydrodynamiczne w przypadku przepływu płynu rzeczywistego. Dla przepływów o tym samym charakterze liczby Re są równe. W zależności od źródła przyjmuje się, że przepływ ma charakter:

- laminarny gdy  $Re < 2100$  (2300)
- przejściowy gdy:  $2100$  (2300)  $< Re < 10000$
- turbulentny gdy:  $Re > 10000$

Dla przepływu przejściowego wszystkie obliczenia inżynierskie przeprowadza się tak, jak dla przepływu turbulentnego, ponieważ dysypacja energii w ruchu turbulentnym jest wyższa niż w laminarnym.

**RÓWNANIE CIĄGŁOŚCI STRUMIENIA:**

Masowe natężenie przepływu  $Q_m$ , ustalone w czasie, jest jednakowe w każdym przekroju strumienia płynu:  $Q_{m1} = Q_{m2}$ .

Stąd wynikają następujące zależności:

$$Q_{v1} \rho_1 = Q_{v2} \rho_2 \quad (3)$$

$$S_1 w_1 \rho_1 = S_2 w_2 \rho_2 \quad (4)$$

Dla przepływu płynów nieściśliwych ( $\rho_1 = \rho_2$ ) objętościowe natężenie przepływu pozostaje stałe:

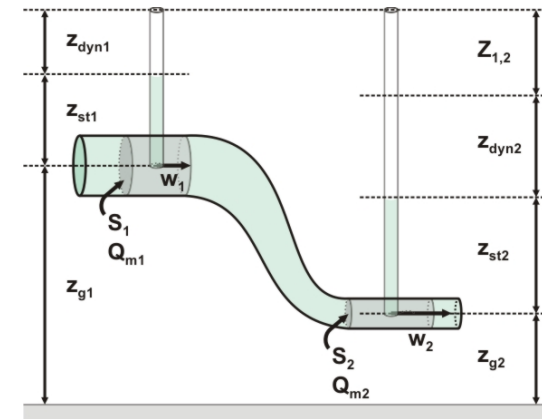
$$Q_{v1} = Q_{v2} \quad (5)$$

$$S_1 w_1 = S_2 w_2 \quad (6)$$

lub

$$\frac{S_1}{w_2} = \frac{S_2}{w_1} \quad (7)$$

Zatem dla przepływu ustalonego ( $Q_v = \text{const}$ ) przez przewód o zmiennym przekroju, średnia prędkość przepływu ( $w$ ) płynu nieściśliwego w danym punkcie jest odwrotnie proporcjonalna do przekroju przewodu ( $S$ ).



rys. 2. Przepływ przez przewód o zmiennej średnicy (na rysunku zaznaczono parametry związane z równaniem Bernoulliego).

### BILANS ENERGETYCZNY PRZEPŁYWU – PRAWO ZACHOWANIA ENERGII:

$$\frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{w_1^2}{2g \alpha_1} + z_1 + Q + W = \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{w_2^2}{2g \alpha_2} + z_2 + (E_2 - E_1) \quad (8)$$

gdzie:

$p_1, p_2$  – ciśnienie w przekroju 1 i 2 [ $N/m^2$ ],

$\rho_1, \rho_2$  – gęstość płynu [ $kg/m^3$ ],

$\frac{p}{\rho g}$  – energia objętościowa [m],

$w_1, w_2$  – średnie prędkości liniowe przepływu [m/s],

$g$  – przyspieszenie ziemskie [= 9,81  $m/s^2$ ],

$\frac{w^2}{2g}$  – energia kinetyczna [m],

$\alpha_1, \alpha_2$  – poprawka wynikająca z wyrażenia prędkości wartością średnią; dla przepływu laminarnego  $\alpha = 0.5$ , dla burzliwego  $\alpha = 1$ ,

$z_1, z_2$  – wysokości poziomów lub energia potencjalna [m],

$E_1, E_2$  – energia wewnętrzna [m],

$Q$  – ciepło dostarczone z zewnątrz do strumienia [m],

$W$  – praca mechaniczna [m].

### RÓWNANIE BERNOULLIEGO:

Podczas przepływu płynu doskonałego przez przewód o zmiennym przekroju obowiązuje zasada zachowania energii mechanicznej oraz zachowana zostaje objętość płynu.

Interaktywna ilustracja prawa Bernoulliego dostępna jest na stronie:

<http://www.science-animations.com/support-files/bernoulli07.swf>.

Wychodząc z różniczkowego równania Eulera dla jednowymiarowego przepływu ustalonego, po jego scałkowaniu otrzymujemy równanie Bernoulliego:

$$g z_g + \frac{p_{st}}{\rho} + \frac{w^2}{2} = \text{const} \quad (9)$$

lub korzystając z równania (8) oraz uwzględniając parametry zaznaczone na rys. 2.:

$$g z_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{w_1^2}{2} = g z_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{w_2^2}{2} \quad (10)$$

w którym wszystkie człony mają wymiar pracy właściwej [J/kg] (tj. odniesionej do jednostki masy). Kolejne człony oznaczają różne rodzaje energii właściwej:

$g z_g$  – energia potencjalna,

$\frac{p_{st}}{\rho}$  – energia objętościowa (czyli praca włożona w celu wyprowadzenia cieczy naprzeciw ciśnieniu statycznemu),

$\frac{w^2}{2}$  – energia kinetyczna.

Dla płynu doskonałego (nieściśliwego i nielepkiego), kiedy praca mechaniczna  $W$  nie jest doprowadzana ani odprowadzana, równanie zawiera tylko elementy dynamiczne.

Podzielenie równania (9) przez przyspieszenie ziemskie prowadzi do zapisu równania Bernoulliego w postaci różnych rodzajów wysokości [m]:

$$Z = z_g + z_{st} + z_{dyn} = \text{const} \quad (11)$$

lub

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{w_2^2}{2g} \quad (12)$$

gdzie:

$z_g$  – wysokość geodezyjna położenia,

$z_{st} = \frac{p_{st}}{\rho g}$  – wysokość ciśnienia statycznego,

$z_{dyn} = \frac{w^2}{2g}$  – wysokość prędkości (dynamiczna).

Dla płynów rzeczywistych uwzględnione są opory przepływu  $Z_{1,2}$  pomiędzy przekrojami 1 i 2 (rys.2.) wynikające z tarcia wewnętrznego (część energii ulega nieodwracalnej przemianie na energię cieplną):

Straty energii pomiędzy przekrojami 1 i 2 można wyrazić jako:

- wysokość  $Z_{1,2}$ :

$$Z_1 = Z_2 = z_{g2} + z_{st2} + z_{dyn2} + Z_{1,2} \quad (15)$$

lub

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{w_2^2}{2g} + Z_{1,2} \quad (16)$$

- energię odniesioną do jednostki masy,  $E_{1,2}$ :

$$g z_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{w_1^2}{2} = g z_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{w_2^2}{2} + E_{1,2} \quad (17)$$

- spadek ciśnienia:

$$p_1 = p_2 = p_{g2} + p_{st2} + p_{dyn2} + \Delta p_{1,2} \quad (18)$$

lub

$$\rho_1 g z_1 + p_1 + \frac{w_1^2 \rho_1}{2} = \rho_2 g z_2 + p_2 + \frac{w_2^2 \rho_2}{2} + \Delta p_{1,2} \quad (19)$$

Pomnożenie równania (9) przez gęstość płynu prowadzi do zapisu równania Bernoulliego w postaci różnych rodzajów ciśnienia [Pa]:

$$p = p_g + p_{st} + p_{dyn} = \text{const} \quad (13)$$

lub

$$\rho_1 g z_1 + p_1 + \frac{w_1^2 \rho_1}{2} = \rho_2 g z_2 + p_2 + \frac{w_2^2 \rho_2}{2} \quad (14)$$

gdzie:

$p_g = \rho g z_g$  – ciśnienie geodezyjne,

$p_{st}$  – ciśnienie statyczne,

$p_{dyn} = \frac{w^2}{2} \rho$  – ciśnienie dynamiczne.

## RÓWNANIE DARCY-WEISBACHA:

Opory przepływu przez rurociąg określa funkcja bezwymiarowa:

$$Eu = f(Re, L/d) \quad (20)$$

oraz wyprowadzone z niej równanie Darcy-Weisbacha:

$$Z = \frac{\Delta p}{\rho g} = \lambda \frac{L}{d} \frac{w^2}{2g} \quad (21)$$

gdzie:

$Z$  – wysokość stracona [m],

$\Delta p$  – strata ciśnienia [Pa],

$\rho$  – gęstość płynu [kg/m<sup>3</sup>],

$g$  – przyspieszenie ziemskie [m/s<sup>2</sup>],

$\lambda$  – współczynnik tarcia,

$L$  – długość rurociągu [m],

$d$  – średnica rurociągu [m],

$w$  – średnia prędkość liniowa [m/s].

Współczynnik tarcia dla przepływu **laminarnego** oblicza się ze wzoru:

$$\lambda = \frac{a}{Re} \quad (22)$$

Wartości współczynnika  $a$  dla rur gładkich, w zależności od kształtu przekroju, podano w materiałach dodatkowych (TABELA).

W przypadku przepływu **turbulentnego**  $\lambda$  zależy dodatkowo od szorstkości wewnętrznej powierzchni rury i do jego wyliczenia stosuje się różne równania empiryczne np. wzór Blasiusa:

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}} \quad (23)$$

Pozostałe przykłady znajdują się w materiałach dodatkowych (TABELA).

Dla rurociągu składającego się z odcinków prostoliniowych oraz elementów o skomplikowanym kształcie zawierających zwężenia, rozszerzenia, rozwidlenia strumienia, wężownice, itp. równanie Darcy-Weisbacha przyjmuje ogólną postać:

$$Z = \sum Z_p + \sum Z_m \quad (24)$$

$$Z_p = \lambda \frac{L}{d_z} \frac{w^2}{2g} \quad (25)$$

$$\text{oraz} \quad Z_m = \varphi \frac{w^2}{2g} \quad (26)$$

stąd:

$$Z = \lambda \frac{L}{d_z} \frac{w^2}{2g} + \varphi \frac{w^2}{2g} \quad (27)$$

gdzie:

$Z_p$  – opory na odcinkach prostoliniowych,

$Z_m$  – opory miejscowe,

$\varphi$  – współczynnik oporów miejscowych (przykłady podano w materiałach dodatkowych TABELA).

## ŚREDNICA ZASTĘPCZA:

W przypadku innego niż kołisty kształtu przewodu lub niecałkowitego wypełnienia przewodu przez płyn oblicza się średnicę zastępczą  $d_z$ :

$$d_z = \frac{4S}{O} \quad (28)$$

gdzie:

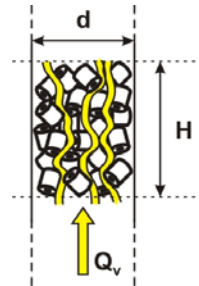
$S$  – przekrój strumienia,

$O$  – obwód zwilżony

## OPORY PRZEPLYWU PRZEZ ZŁOŻA POROWATE (MATERIAŁY SYPKIE, ZIARNISTE):

Przepływ jednofazowy przez złożo porowate ma miejsce podczas filtracji cieczy, wymiany na jonitach, suszenia, adsorpcji i reakcji chemicznej w reaktorze przepływowym ze stałym złożem (rys. 3.).

Opory przy przepływie przez materiały sypkie można scharakteryzować korzystając ze znanego równania Darcy-Weisbacha.



rys. 3. Przepływ przez kanały w złożu porowatym.

### wariant 1.

W celu wyprowadzenia równania Darcy-Weisbacha definiujemy następujące wielkości:

$\epsilon$  – porowatość wypełnienia, czyli stosunek objętości swobodnej do objętości całkowitej [ $m^3/m^3$ ],

$\alpha$  – powierzchnia właściwa wypełnienia (powierzchnia w jednostce objętości kolumny) [ $m^2/m^3$ ],

$S$  – powierzchnia poprzecznego przekroju kolumny/reaktora [ $m^2$ ], stąd:

$S \epsilon$  – sumaryczny przekrój kanałów [ $m^2$ ],

$S \alpha$  – obwód wypełnienia w danym przekroju kolumny/reaktora  $S$  [ $m$ ],

$w$  – prędkość przepływu w kanałach wypełnienia [ $m/s$ ],

$w_0$  – pozorna prędkość przepływu [ $m/s$ ] liczona na niewypełnioną kolumnę/reaktor, równa:  $w_0 = w \epsilon$  (29),

$d_{zw}$  – średnica zastępcza wypełnienia [ $m$ ], która podaje iloraz przekroju kanałów i obwodu wypełnienia zwilżonego przez płyn w przekroju  $S$ :

$$d_{zw} = \frac{4\epsilon}{\alpha} \quad (30)$$

$L$  – długość kanałów w złożu [ $m$ ], którą przyjmuje się jako równą wysokości złoża (w rzeczywistości  $L > H$ ),

$H$  – wysokość złoża [ $m$ ].

Podstawiając do równania (21) powyższe zależności otrzymujemy zmodyfikowane równanie Darcy-Weisbacha:

$$Z = \lambda_w H \frac{w_0^2}{8g} \frac{\alpha}{\epsilon^3} \quad (31)$$

Liczba Reynoldsa,  $Re_w$ , wynosi:

$$Re_w = \frac{4w_0 \rho}{\alpha \mu} \quad (32)$$

a będący jej funkcją współczynnik tarcia,  $\lambda_w$ :

$$\text{dla przepływów laminarnych, gdy } Re_w < 40: \lambda_w = \frac{140}{Re_w} \quad (33)$$

$$\text{dla przepływów turbulentnych, gdy } Re_w > 40: \lambda_w = \frac{16}{Re_w^{0.2}} \quad (34)$$

### wariant 2.

Dla wypełnienia ziarnistego, w przypadku trudności z wyznaczeniem powierzchni właściwej wypełnienia, do równania Darcy-Weisbacha podstawiamy:

$\epsilon$  – porowatość wypełnienia, czyli stosunek objętości swobodnej do objętości całkowitej [ $m^3/m^3$ ],

$\Phi$  – współczynnik sferyczności (kształtu), czyli stosunek powierzchni elementu wypełnienia do powierzchni kuli o tej samej objętości,

$d_k$  – średnicę ziaren (lub uśrednioną średnicę ziaren) [ $m$ ],

$w_0$  – pozorną prędkość przepływu [ $m/s$ ] liczona na niewypełnioną kolumnę/reaktor,

$H$  – wysokość złoża [ $m$ ],

otrzymując:

$$Z = \frac{3}{4} \frac{\lambda H}{d_k g} \frac{(1-\epsilon)}{\Phi \epsilon^3} w_0^2 \quad (35)$$

oraz

$$Re = \frac{2}{3} \frac{\Phi}{(1-\epsilon)} \frac{d_k w_0 \rho}{\mu} \quad (36)$$

Dla przepływu o charakterze **laminarnym** ( $Re < 50$ )  $\lambda$  wynosi:

$$\lambda = \frac{220}{Re} \quad (37)$$

dla przepływu o charakterze **przejściowym** ( $50 < Re < 7200$ ):

$$\lambda = \frac{11.6}{Re^{0.25}} \quad (38)$$

### \*wariant 3.

Opory opisywane są równaniem:

$$Z = \lambda \frac{H}{d_{ze}} \frac{w_0^2}{2g} \left[ \frac{(1-\epsilon)^{3-n}}{\epsilon^3} \Phi^{3-n} \right] \quad (39)$$

gdzie:

$H$  – wysokość wypełnienia [ $m$ ]

$d_{ze}$  – średnica zastępcza elementu wypełnienia, równa średnicy kuli o objętości danego elementu [ $m$ ],

$w_0$  – pozorną prędkość przepływu liczona na niewypełnioną kolumnę/reaktor [ $m/s$ ],

$\epsilon$  – porowatość wypełnienia, czyli stosunek objętości swobodnej do objętości całkowitej [ $m^3/m^3$ ],

$\Phi$  – współczynnik sferyczności (kształtu), czyli stosunek powierzchni elementu wypełnienia do powierzchni kuli o tej samej objętości.

Współczynnik tarcia  $\lambda$  zależy od zmodyfikowanej liczby Reynoldsa,  $Re_z$ :

$$Re_z = \frac{d_{ze} w_0 \rho}{\mu} \quad (40)$$

Dla przepływu laminarnego ( $Re_z < 10$ ) wykładnik  $n = 1$ , a współczynnik tarcia:

$$\lambda = \frac{400}{Re_z} \quad (41)$$

Dla  $Re_z > 10$  współczynnik tarcia zależy od szorstkości powierzchni i można go odczytać z wykresu.  
Dla przepływu turbulentnego ( $Re_z > 100$ ) współczynnik tarcia można obliczyć z równania empirycznego:

$$\lambda = \frac{b}{Re_z^{0.1}} \quad (42)$$

$b = 7.0$  (elementy o gładkiej powierzchni – szkło, porcelana),  
 $b = 10.5$  (elementy o średniej szorstkości – glina, cement),  
 $b = 16$  (elementy bardzo szorstkie – tlenek glinu).

Wykładnik  $n$  wynosi od 1 do ok. 2 i można odczytać go z wykresu lub tabeli (patrz: materiały dodatkowe).

#### \*CZAS PRZEBYWANIA CZĄSTEK W REAKTORZE PRZEPLÝWOWYM:

Średni czas przebywania reagentów w reaktorze przepływowym określa się na podstawie poniższych zależności:

$$\bar{\beta} = \frac{V_r}{Q_v} \quad (43)$$

gdzie:  
 $V_r$  – objętość reaktora [ $m^3$ ],  
 $Q_v$  – objętościowe natężenie przepływu [ $m^3/s$ ]

lub

$$\bar{\beta} = \frac{m}{Q_m} \quad (44)$$

gdzie:  
 $m$  – wielkość zasobu materiału [kg],  
 $Q_m$  – masowe natężenie przepływu [kg/s].

Wynika stąd, że średni czas przebywania zależy od objętości reaktora i natężenia przepływu, ale nie zależy od kształtu reaktora ani od długości drogi strumienia.

Zmieniając natężenie przepływu można wpływać na stopień przereagowania  $x$  i średnią szybkość reakcji  $\bar{r}$ .  
Dla dwóch różnych natężeń przepływu  $Q_{v1}$  i  $Q_{v2}$ , gdzie  $Q_{v1} < Q_{v2}$ , można przewidzieć, że  $x_1 > x_2$  (i mniejszą szybkość reakcji  $\bar{r}_1$ ) na skutek dłuższego czasu przebywania  $\bar{\beta}_1$ .

W reaktorze rurowym o przepływie tłokowym każda część masy reakcyjnej przebywa jednakowy czas, dla pozostałych przypadków określa się funkcje rozkładu rzeczywistego czasu przebywania cząsteczek w reaktorze.

#### DLA PRZYPOMNIENIA:

#### PODSTAWOWE WIELKOŚCI:

Między ciężarem właściwym  $\gamma$  a gęstością  $\rho$  zachodzi zależność:

$$\gamma = \rho g \quad (45)$$

gdzie  $g$  to przyspieszenie ziemskie.  
Ciśnienie w danym punkcie rurociągu lub ciśnienie w określonej odległości ( $h$ ) od zwierciadła cieczy określa zależność:

$$p = p_0 \pm \rho g h \quad (46)$$

gdzie  $p_0$  to ciśnienie atmosferyczne lub ciśnienie nad zwierciadłem cieczy.

#### \*LEPKOŚĆ GAZÓW – RÓWNANIE SUTHERLANDA:

Lepkość gazów pod niezbyt wysokimi ciśnieniami nie zależy od ciśnienia, zależy natomiast od temperatury – zależność podaje równanie Sutherlanda:

$$\mu = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (47)$$

gdzie:  
 $\mu_0$  – lepkość w temperaturze  $T_0$  (zwykle  $T_0 = 273$  K,  $p = 1$  atm)  
 $\mu$  – lepkość w danej temperaturze  $T$   
 $C$  – stała Sutherlanda

Przykłady danych liczbowych podano w materiałach dodatkowych (TABELE).

#### \*LEPKOŚĆ CIECZY:

Lepkość cieczy maleje ze wzrostem temperatury. Dokładną wartość odczytuje się z nomogramu przedstawiającego zależność  $\lg \mu = A + B \cdot 1/T$  lub z tabeli.

#### LITERATURA OBOWIĄZKOWA:

1. Jacek Molenda „Technologia chemiczna”, WSiP, Warszawa 1997,
2. Edgar Bortel „Zarys technologii chemicznej”, WN PWN, Warszawa 1992

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

3. Wieńczysław Kuczynski „Podręcznik do ćwiczeń z technologii chemicznej”, PWN, Warszawa 1974,
4. Praca zbiorowa „Kalendarz chemiczny”, cz. II., tom I., PWT, Warszawa 1955,
5. Krzysztof Schmidt-Szałowski, Jan Sentek, Jerzy Raabe, Ewa Boryk „Podstawy technologii chemicznej; Procesy w przemyśle nieorganicznym”, OWPW, Warszawa 2004,
6. F. M. White, „Viscous Fluid Flow”, 2nd ed., McGraw-Hill, (1991); [arXiv:physics/0410237v1](https://arxiv.org/abs/physics/0410237v1); You-Jae Kim, J.-G. Han and Youn J. Kim “Numerical Analysis of Flow Characteristics of An Atmospheric Plasma Torch”, 12th International Congress on Plasma Physics, 25-29 October 2004, Nice (France),
7. “Technical handbook”, Magnetrol, bulletin 41-600.4, USA 2005,
8. Praca zbiorowa „Poradnik fizykochemiczny”, WNT, Warszawa 1974,
9. Roman Koch, Andrzej Noworyta „Procesy mechaniczne w inżynierii chemicznej”, WNT, Warszawa 1998,